

# ANEJO 16

## EJEMPLOS DE APLICACIÓN DEL MÉTODO DE BIELAS Y TIRANTES AL PROYECTO DE ZONAS DE DISCONTINUIDAD

### 1. GENERALIDADES

Una vez definido el modelo de bielas y tirantes, de acuerdo con los principios establecidos en el artículo 24.1.2, y obtenidos los esfuerzos existentes en las bielas y los tirantes, debe procederse a las comprobaciones de bielas, tirantes y nudos, de acuerdo con las prescripciones del artículo 40 de esta Instrucción.

En general, el método de las bielas y tirantes debe plantearse siguiendo las siguientes secuencias:

- Definición de las cargas exteriores, esfuerzos de continuidad y reacciones de la región D.
- Estudio de la distribución de tensiones con un análisis lineal. Este cálculo puede evitarse cuando se trate de elementos ya estudiados en la bibliografía.
- Establecimiento de un modelo de barras (bielas y tirantes) en el que estén en equilibrio las cargas exteriores actuantes, esfuerzos de continuidad y las reacciones de los apoyos existentes, siguiendo las distintas indicaciones de este apartado.
- Cálculo de esfuerzos de las barras del modelo.
- Comprobación de las condiciones de las bielas, tirantes y nudos, de acuerdo con los criterios del Artículo 40º.

Cuando las comprobaciones anteriores supongan modificaciones de las dimensiones de las barras y, por tanto, de la geometría del modelo, deberá ajustarse la geometría y procederse a un nuevo cálculo.

En el presente anejo, por una parte se muestran ejemplos de nudos sometidos a diferentes estados de carga procedentes de las bielas y tirantes que confluyen en el mismo. Por otra, se plantean esquemas de bielas y tirantes para zonas de discontinuidad en elementos estructurales diversos, con particular énfasis en tableros de puentes.

### 2. ESQUEMAS DE NUDOS

#### 2.1. Nudos multicomprimidos

Los nudos indicados en este apartado corresponden, por ejemplo, a los utilizados para la comprobación de cargas concentradas en macizos (apartado 61.2). En este caso, el comportamiento en tres dimensiones depende de la relación entre la dimensión del área cargada ( $A_{c1}$ ) y el área en la que la carga se considera distribuida ( $A_c$ ), de acuerdo con la siguiente expresión:

$$f_{3cd} = \sqrt{\frac{A_c}{A_{c1}}} f_{cd} \leq 3,0 f_{cd}$$

Las figuras A16.2.1.a y A16.1.b muestran nudos multicomprimidos

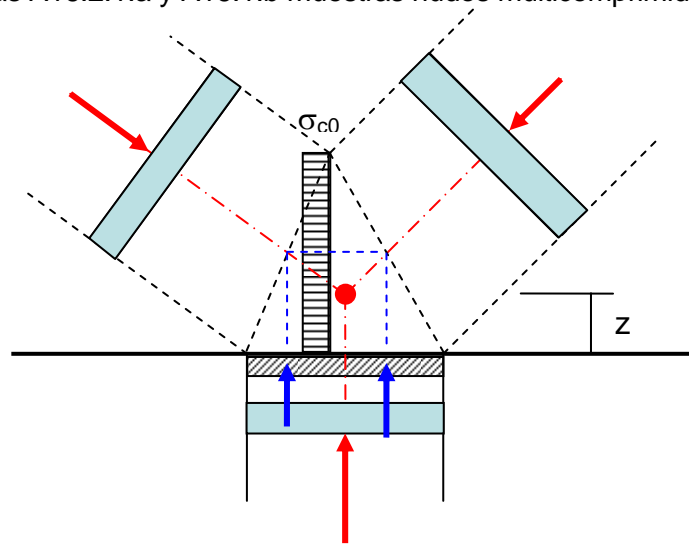


Figura A16.2.1.a

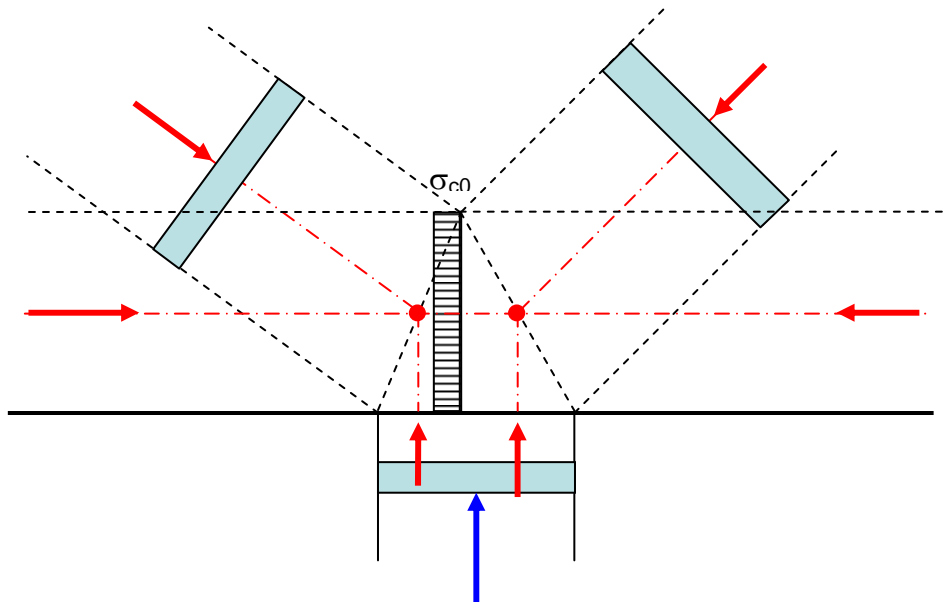


Figura A16.1.2.b

En nudos multicomprimidos en los que existan cargas concentradas la geometría puede presentar configuraciones distintas de la indicada en A16.1.2.a y b, tales como las indicadas en la figura A16.2.1.c, d, e, f y g

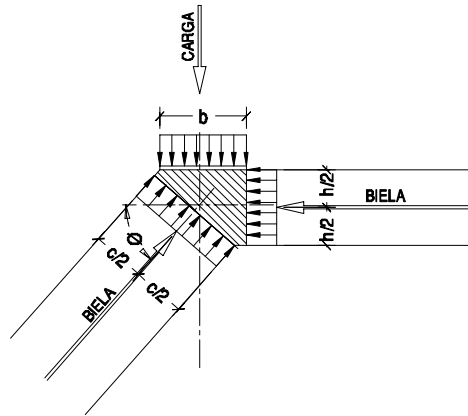


Figura A16.2.1.c,

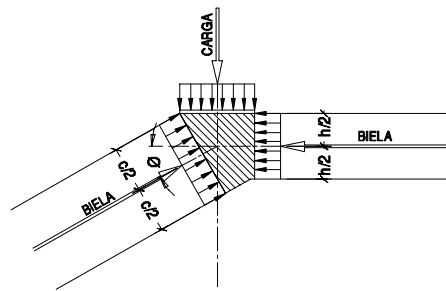


Figura A16.2.1.d,

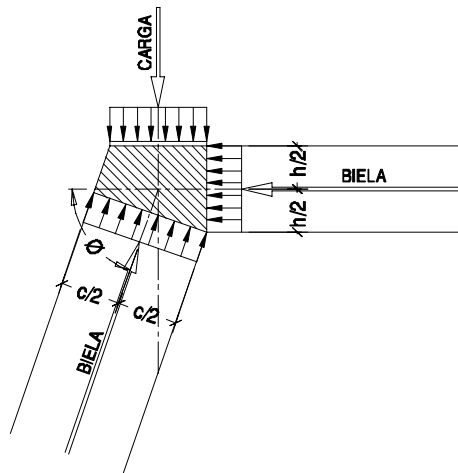


Figura A16.2.1.e

En general, las dimensiones geométricas del nudo están condicionadas por el área de aplicación de las cargas exteriores.

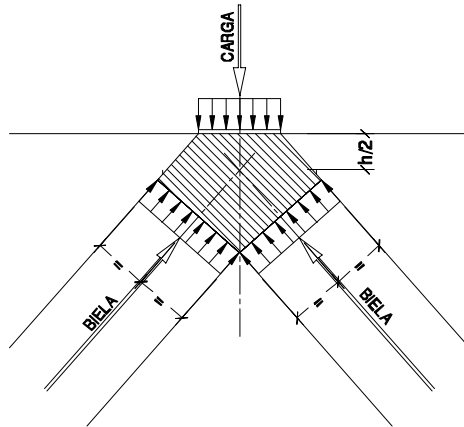


Figura A16.2.1.f

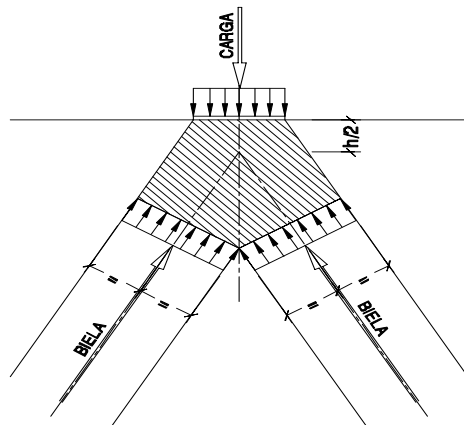


Figura A16.2.1.g.

En los modelos de bielas y tirantes existen otros nudos (figura A16.2.1.h) en el interior de elementos masivos, que son debidos a los criterios de discretización utilizados para definir el modelo y no representan concentraciones de tensiones reales. En estos casos las compresiones confluyen al nudo dentro de un elemento masivo y que no requiere una comprobación explícita de tensiones, ya que las compresiones se podrán difundir en una gran área.

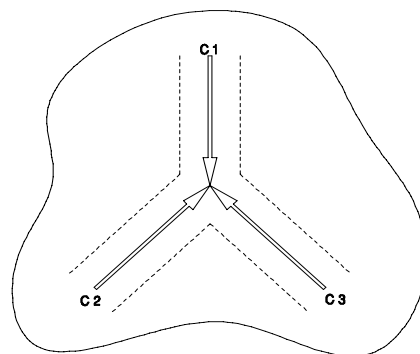


Figura A16.2.1h. masivos

## 2.2. Nudos con tirantes anclados

La figura A16.2.2.a presenta un ejemplo representativo de este tipo de nudos.

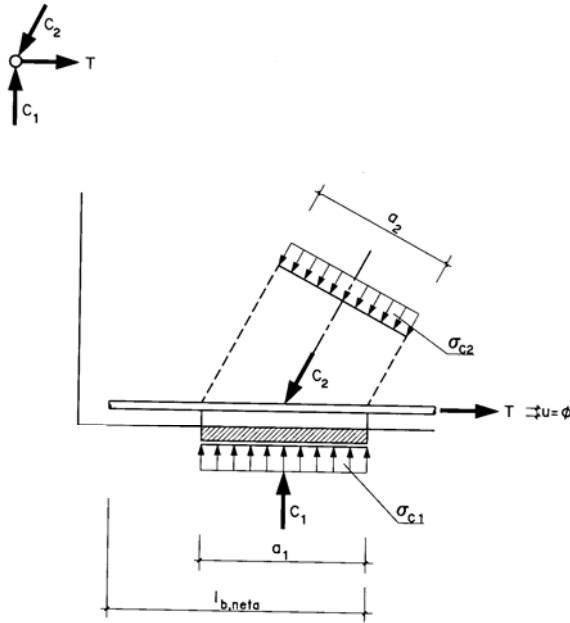
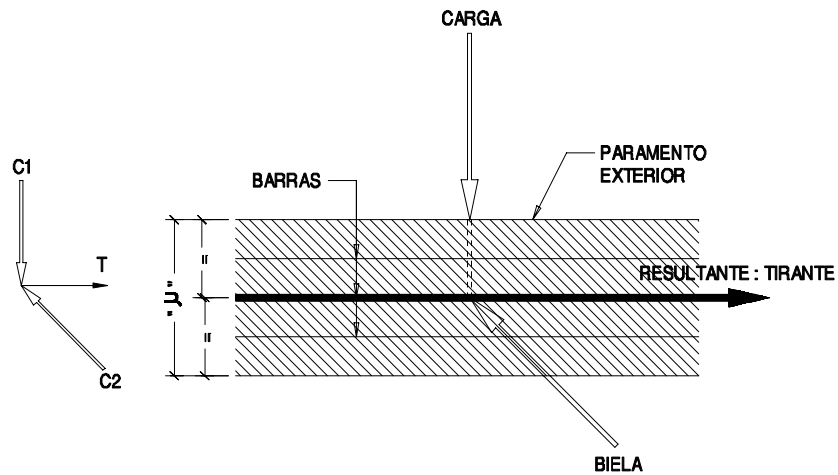


Figura A16.2.2.a

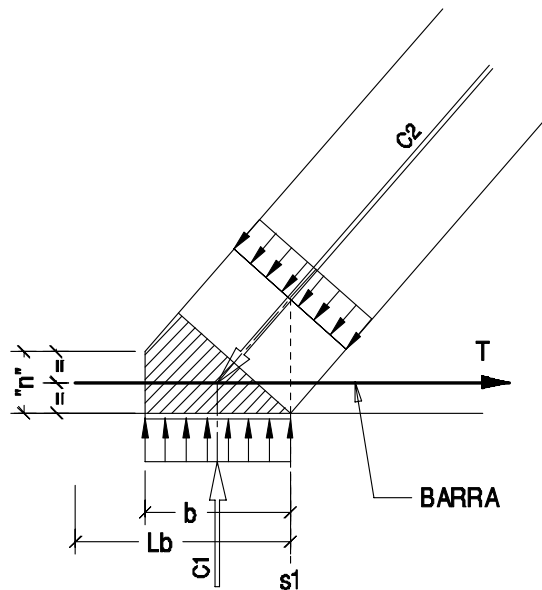
Este tipo de nudos es el que corresponde al de los apoyos de vigas de gran canto (punto 63.4.2) o al de la zona de apoyo de la carga en ménsulas cortas (punto 64.2.1.2). La dimensión del nudo está condicionada por la distancia entre el centro de gravedad de la armadura y el paramento de hormigón, si el tirante discurre paralelo a un paramento próximo. La dimensión  $u$  del nudo (Figura A16.2.2.a) será igual a dos veces el recubrimiento de la armadura, en el caso en que ésta esté dispuesta en una sola capa, o de dos veces la distancia entre el centro de gravedad de la armadura y el paramento de hormigón, en el caso en que las barras estén dispuestas en más de una capa.



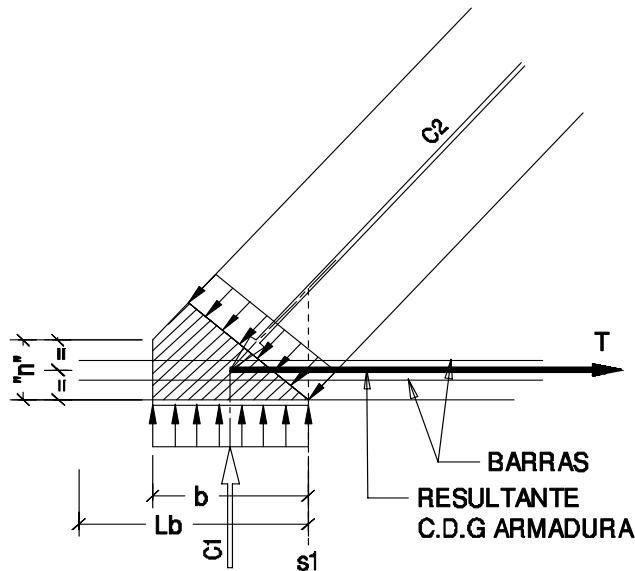
" $\mu$ " DIMENSION DEL NUDO, CONDICIONADA POR LA ARMADURA

Figura A16.2.2.b

En el caso de nudos con tirantes anclados y con una carga concentrada, además de la dimensión condicionada por la posición de la armadura, existe el límite dado por la carga concentrada, lo que conduce a las soluciones indicadas en las figuras A16.2.2.c y d



A16.2.2.c



A16.2.2.d

En esta tipología de nudos, es indispensable garantizar el anclaje de las armaduras que materializan el tirante. La longitud de anclaje  $L_b$  se medirá (desde la sección  $s_1$ ) con los criterios indicados en la figura A16.2.2.c .

Las barras se prolongarán al menos hasta la frontera del nudo, de forma que la longitud anclada desde la sección  $S_1$  sea como mínimo  $b$  y no menor que  $L_b$ .

En el caso de nudos con dos tirantes que equilibran una biela (figura A16.2.2.e), la dimensión del nudo se puede considerar igual a la longitud de anclaje de las barras que constituyen el tirante que pasa.

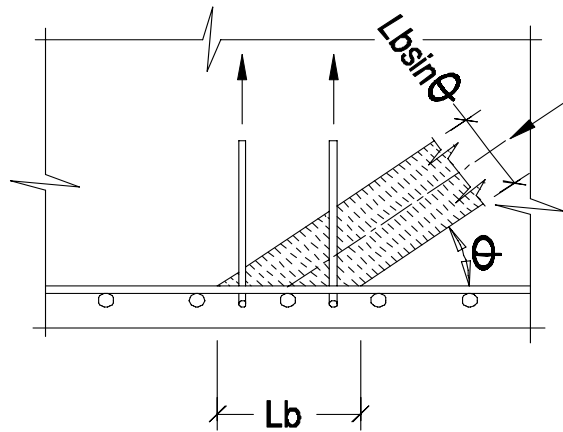


Figura A16.2.2.e

En el caso de nudos con una biela que equilibra una armadura doblada (Figura A16.2.2.f), las barras se doblarán con un radio no menor que los indicados en el Artículo 69º de esta Instrucción.

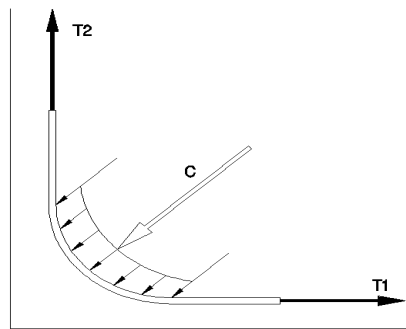


Figura A16.2.2.f

En el caso de que existan varias capas de armadura, la compresión en la biela puede condicionar especialmente el diámetro mínimo de doblado de la armadura del nudo, debiendo comprobarse la condición de agotamiento de la biela.

En general, es recomendable situar una armadura transversal para coser las tracciones transversales producidas por la difusión de las compresiones que se concentran sobre la armadura que se dobla.

### 3. ZONAS DE ANCLAJE

#### 3.1. Introducción del pretensado en elementos con armadura pretesa

La figura A16.3.1. indica un posible mecanismo resistente que puede representar el comportamiento de la región.

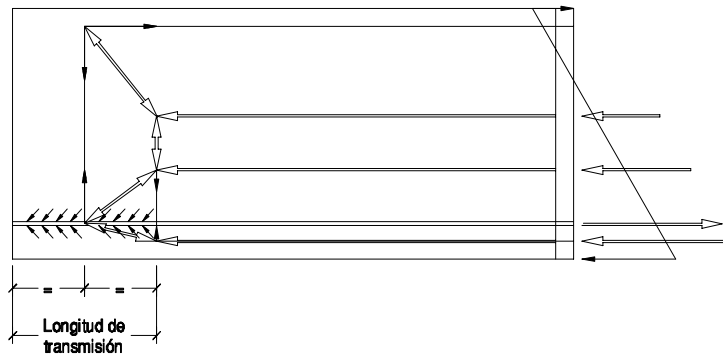


Figura A16.3.1.

### 3.2. Introducción del pretensado en zonas extremas de elementos con armadura postesa

Las figuras A16.3.2.a, b y c indican posibles mecanismos resistente que pueden representar el comportamiento de la región en zonas de anclaje de armaduras postesas, incluyendo el efecto de los apoyos y considerando diversas posiciones del anclaje respecto del canto de la pieza.

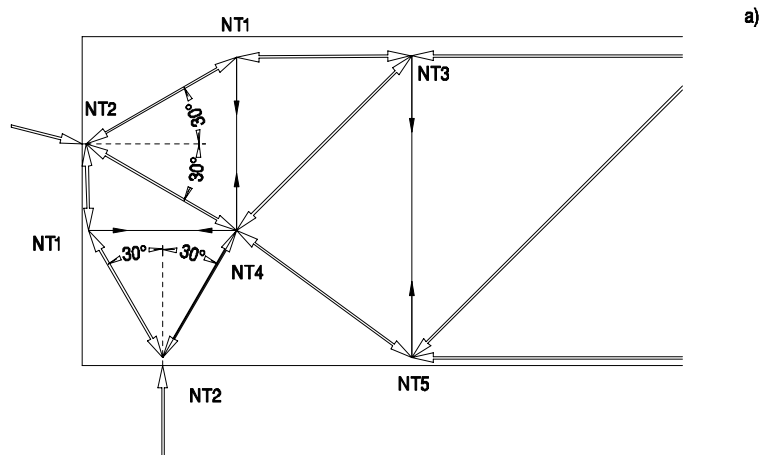


Figura A16.3.2.a

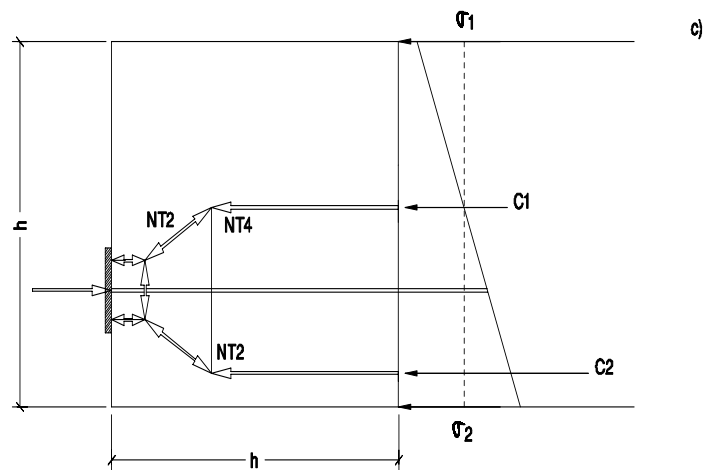


Figura A16.3.2.b

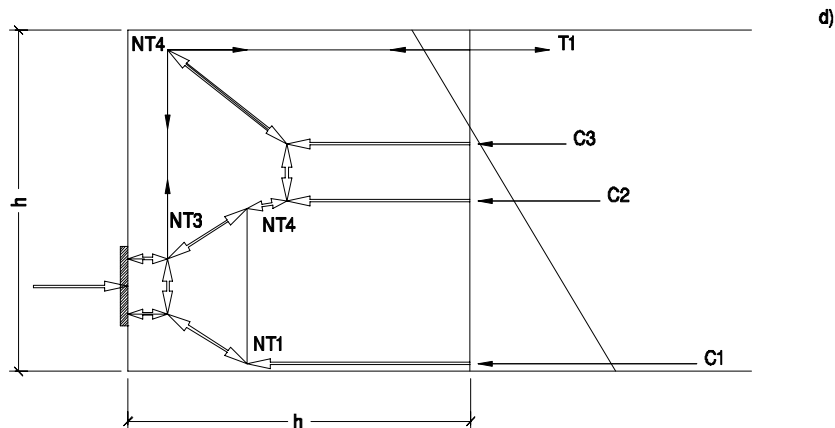


Figura A16.3.2.c

### 3.3. Introducción del pretensado en zonas interiores de elementos con armaduras postesas.

En las zonas correspondientes a anclajes intermedios se producen tracciones considerables por detrás del anclaje, como consecuencia de la compatibilidad de deformaciones entre la zona de hormigón situada por delante y por detrás del anclaje. Por ello es necesario disponer una armadura longitudinal colocada hacia atrás del anclaje, que evite el desgarramiento del hormigón.

En la figura A16.3.3 se muestra un posible mecanismo resistente que puede representar el comportamiento de la región.

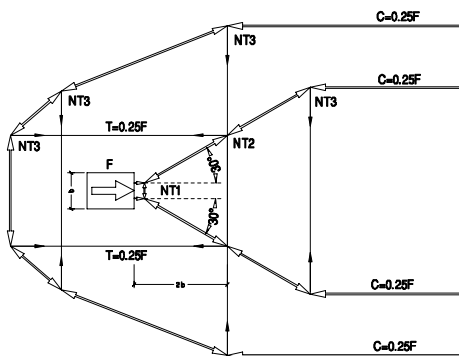


Figura A16.3.3

## 4. DIAFRAGMAS EN TABLEROS

Los modelos de bielas y tirantes que se indican para los distintos tipos de diafragma en apartados posteriores no son únicos, existiendo otros modelos alternativos válidos siempre que cumplan con lo indicado en los Artículos 24º y 40º y los correspondientes artículos de la Instrucción EHE.

#### 4.1. Diafragmas con apoyo directo de almas del tablero en sección cajón en los aparatos de apoyo.

En el caso en que los apoyos estén situados bajo las almas de la sección en cajón, los diafragmas estarán sometidos a esfuerzos generados por la transmisión del cortante de eje horizontal (figura A16.4.1a), o, en el caso de dos apoyos, los debidos a la transformación del momento torsor del tablero en un par de fuerzas (figura A16.4.1.b).

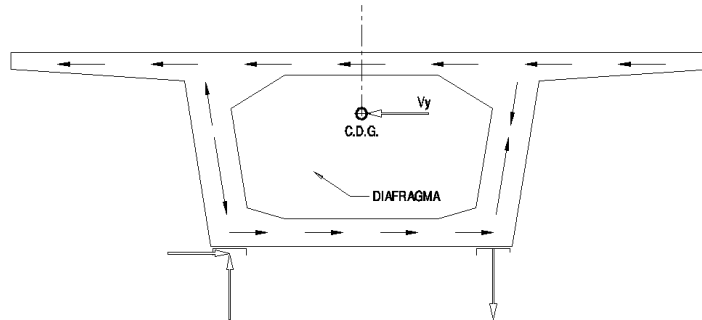


Figura A16.4.1.a. Cortante horizontal y reacciones en apoyos

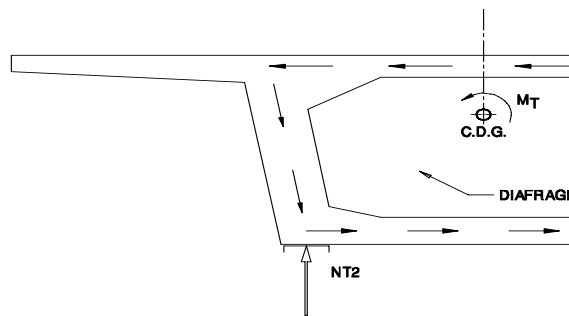


Figura A16.4.1.b. Momento torsor en el tablero y reacciones en apoyos

En general, y de acuerdo con las figuras A16.4.1.a. y A16.4.1.b puede observarse que el flujo de fuerzas procedentes de la tabla inferior y de las almas se canaliza directamente a los apoyos sin que produzcan esfuerzos en la parte central del diafragma. Las fuerzas que proceden de la tabla superior producen esfuerzos que condicionan el diseño del diafragma (figura A16.4.1.c).

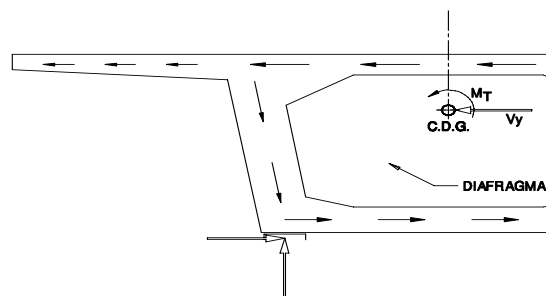
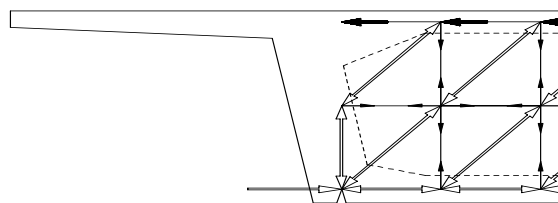
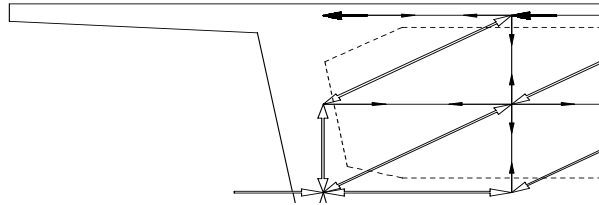
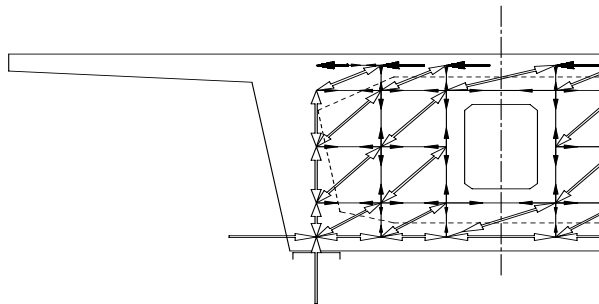
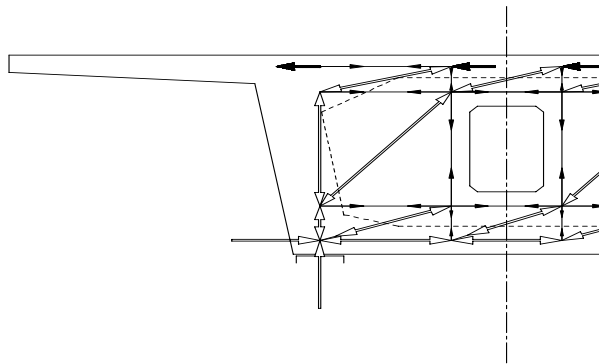


Figura A16.4.1.c. Cortante horizontal, momento torsor y reacciones en apoyos.

En las figuras A16.4.1.e y A16.4.1.f se recogen posibles mecanismos resistentes que permiten determinar la armadura a disponer en este tipo de elementos.



Figuras A16.4.1.e. Modelo de bielas y tirantes para un diafragma tipo macizo sin paso de persona.



Figuras A16.4.1.f. Modelo de bielas y tirantes para un diafragma tipo macizo con paso de persona.

En general, no será necesaria la comprobación de nudos ni de bielas cuando el diafragma tenga un espesor igual o superior a la dimensión de los apoyos en la dirección longitudinal del puente, siendo únicamente necesaria la comprobación de los nudos de apoyo.

Además de las armaduras obtenidas con los mecanismos indicados, será necesario disponer la armadura de carga concentrada en la zona situada sobre los apoyos.

#### 4.2. Diafragmas para apoyo no directo de almas del tablero en los aparatos de apoyo.

En este caso, además de la transmisión del cortante de eje horizontal y, en el caso de más de un apoyo, del efecto de la torsión (A16.4.1), el diafragma debe transmitir los cortantes de eje vertical que provienen de las almas hasta los apoyos.

En relación con la forma de introducción del cortante procedente de las almas en el diafragma, se podrá suponer que, en la parte superior del diafragma, actúa una fracción igual al 80% de la fuerza total de desviación de los cables de pretensado, correspondiente a una zona en el sentido del eje longitudinal del tablero de una longitud igual al canto de la sección del tablero en el apoyo, siempre que los cables estén situados en la parte superior de la sección y que su trazado sea parabólico tal y como se indica en la figura A16.4.2.a. El resto del cortante total se supondrá que se transmite en el tercio inferior de las alas.

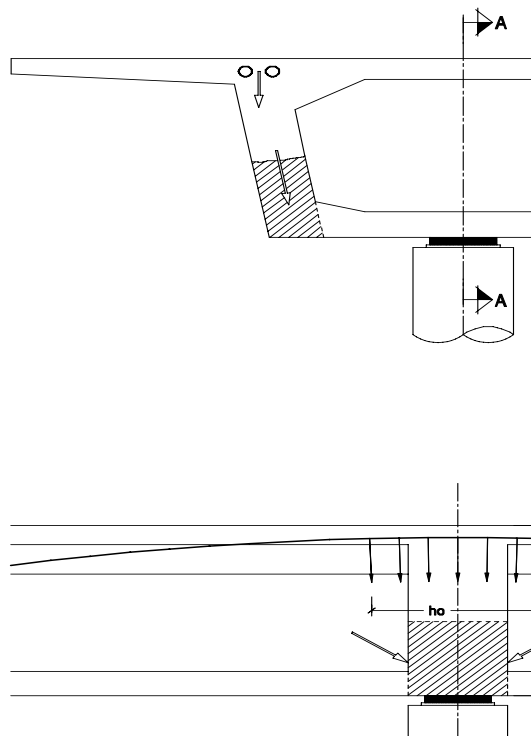


Figura A16.4.2.a. Introducción del cortante vertical en diafragmas con apoyo no directo.

En el caso en que el trazado sea recto, se supondrá que todo el cortante se transmite al tercio inferior de las alas.

Se podrán utilizar otras hipótesis sobre la introducción de las cargas siempre que se justifiquen adecuadamente.

Un posible mecanismo resistente es el indicado en la figura A16.4.2.b

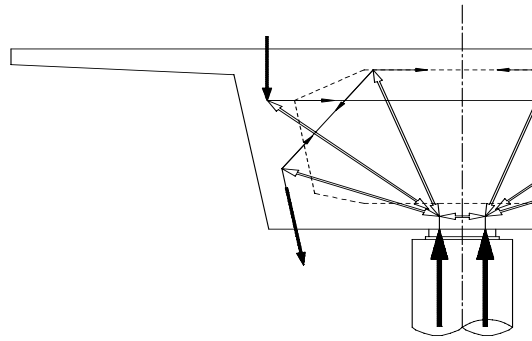


Figura A16.4.2.b. Diafragmas con apoyo no directo. Modelo de bielas y tirantes.

Se deberán comprobar los nudos situados sobre los apoyos, con los criterios indicados en los Artículos 40º y 60º.

Las armaduras se proyectarán a partir de las tracciones obtenidas con los mecanismos resistentes y de acuerdo con las limitaciones de tensión en la armadura indicadas en el Artículo 40º. En general, y debido a la forma de transmitirse el cortante vertical, será necesario disponer una armadura de cuelgue o suspensión. En el caso en que esta armadura se materialice mediante barras inclinadas, se prestará una atención especial a sus condiciones de anclaje (figura A16.4.2.c).

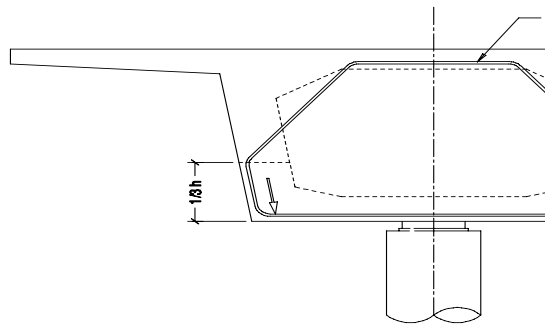


Figura A16.4.2.c. Diafragmas con apoyo no directo. Anclaje de la armadura de cuelgue.

En el caso de que la armadura de cuelgue se materialice con cercos, éstos deben abrazar a la armadura de la cara superior (figura A16.4.2.d).

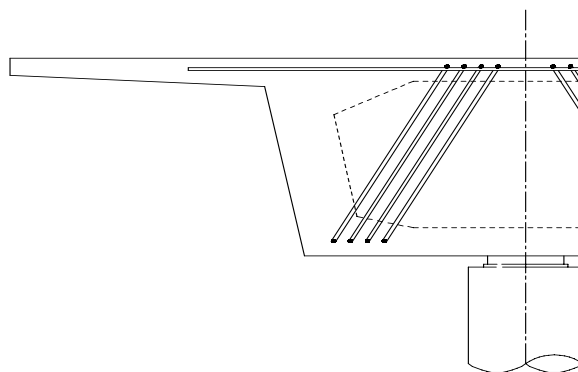


Figura A16.4.2.d. Diafragmas con apoyo no directo. Cercos como armadura de cuelgue.

En aquellos casos en los que, debido a la importancia de los esfuerzos, se disponga, además de la preceptiva armadura pasiva, armadura activa a base de tendones de postensado, el proyecto definirá claramente cuál es el orden de tesado de los mismos. En general, el pretensado de diafragmas deberá realizarse antes del

pretensado longitudinal. Asimismo, se prestará una especial atención a las pérdidas en el pretensado por penetración de cuña, debido a la corta longitud de los tendones.

Además de las armaduras obtenidas con los mecanismos indicados, será necesario disponer la armadura de carga concentrada en la zona situada sobre los apoyos.

### 4.3. Diafragmas en uniones monolíticas tablero-pila

En los casos en que la unión de tablero y pila se realice de modo monolítico, la diferencia de momentos flectores en el tablero a un lado y otro de la pila debe transmitirse a ésta. Esta transmisión de cargas producirá unos esfuerzos adicionales a los indicados anteriormente en las figuras a) y b)

En el caso de diafragmas de tipo triangular (figura A16.4.3), la transmisión de la carga vertical y la provocada por la diferencia de momentos es directa, siempre que se aseguren la continuidad de las bielas de compresión y la continuidad y solape o anclaje de la armadura traccionada.

En el caso de doble diafragma vertical, el flujo de fuerzas del tablero a las pilas es más complejo. En este caso, debe comprobarse con detenimiento la continuidad del flujo de compresiones. Asimismo se analizarán las armaduras tanto principales como secundarias que son necesarias para garantizar el equilibrio del sistema resistente supuesto.

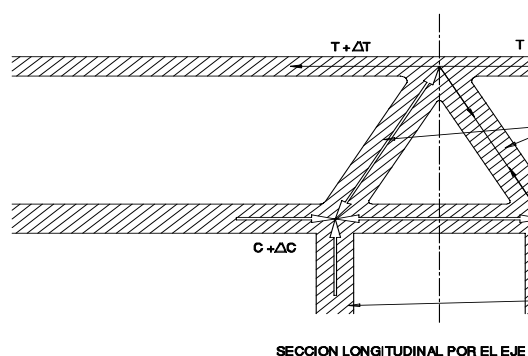


Figura A16.4.3. Diafragma en unión monolítica con doble diafragma: Sistema equivalente de bielas y tirantes.

En general, si los espesores de los diafragmas son iguales o superiores a los de las paredes de las pilas y de las tablas y almas del tablero, con una calidad del hormigón igual o superior al de éstas, no es necesaria la comprobación de nudos ni de bielas. En otros casos será necesario realizar las comprobaciones anteriores con los criterios indicados en el Artículo 40º.

### 4.4. Diafragmas en tableros con secciones TT con apoyos bajo las almas

En este caso, los diafragmas estarán sometidos a esfuerzos generados por la transmisión del cortante de eje horizontal (figura A16.4.4.a, o los debidos a la transformación del momento torsor del tablero en un par de fuerzas en el caso de dos apoyos (figura A16.4.4.b).

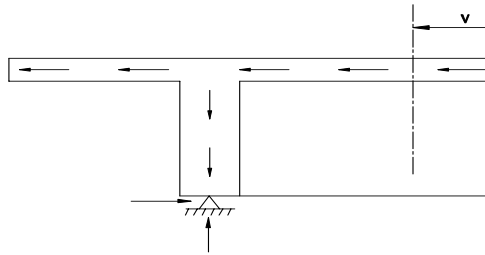


Figura A16.4.4.a. Cortante horizontal y reacciones en apoyos

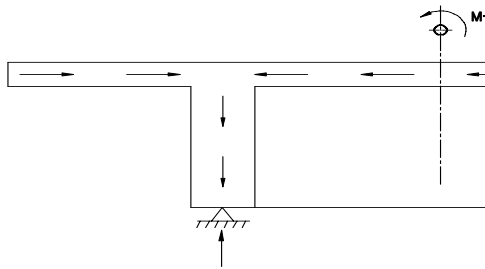


Figura A16.4.4.b. Momento torsor en el tablero y reacciones en apoyos

En general, y de acuerdo con las figuras A16.4.4.a y A16.4.4.b, puede observarse que el flujo de fuerzas procedentes de las alas se canaliza directamente a los apoyos sin que produzcan esfuerzos en la parte central del diafragma. Las fuerzas que proceden de la tabla superior, producen esfuerzos en el diafragma, que habrán de ser tenidos en cuenta en el proyecto de estos elementos (figura A16.4.4.c).

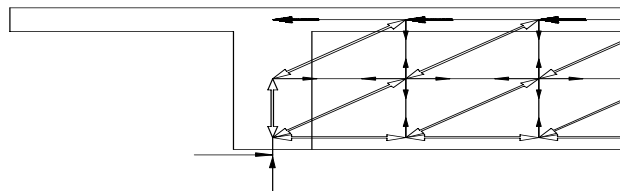
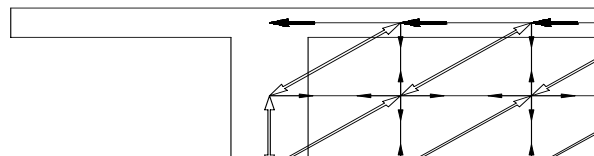


Figura A16.4.4.c. Cortante horizontal, momento torsor y reacciones en apoyos.

En la figura A16.4.4.d se recoge un posible mecanismo resistente que permite determinar la armadura a disponer en este tipo de elementos.



Figuras A16.4.4.d. Modelo de bielas y tirantes para un diafragma tipo de un tablero

En general, no será necesaria la comprobación de nudos ni de bielas cuando el diafragma tenga un espesor igual o superior a la dimensión de los apoyos en la dirección longitudinal del puente. Únicamente, deberá comprobarse los nudos de apoyo de acuerdo con lo indicado en el Artículo 40°.

Además de las armaduras obtenidas con los mecanismos indicados, será necesario disponer la armadura de carga concentrada en la zona situada sobre los apoyos.

## 5. Apoyos a media madera

Los apoyos de vigas a media madera constituyen una región tipo D, por lo que resulta de aplicación el método de bielas y tirantes.

En la figura A16.5 se indica un posible mecanismo resistente, que puede representar el comportamiento de una zona de apoyo, en el caso de una viga de hormigón armado.

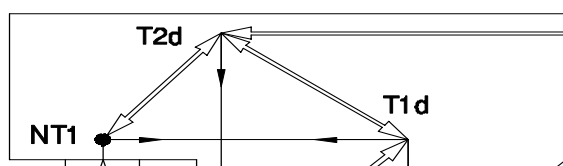


Figura A16.5 Modelo de bielas y tirantes para un apoyo a media madera.

El mecanismo anterior será válido si el ángulo que forma la biela que sale del nudo NT1 y el tirante  $T_{1d}$  forman un ángulo superior a  $30^\circ$ . En el caso de que sea inferior, deberá sustituirse el sistema de la figura por otro con tirantes verticales (que representan los cercos de cortante) y bielas inclinadas.

La biela crítica, condicionante en el esquema anterior, es la que entra en el nudo NT1. La dimensión transversal del nudo NT1, puede considerarse igual a la dimensión transversal del apoyo más dos veces el recubrimiento mecánico del centro de gravedad de la armadura  $T_{1d}$ .

Es preceptiva la comprobación del nudo del apoyo NT1 con los criterios indicados en el Artículo 40º.

La armadura se anclará convenientemente con los criterios indicados en la Instrucción EHE. Se prestará especial atención al anclaje de la armadura obtenida a partir de la tracción denominada  $T_{1d}$  en la figura A16.5 y a la armadura de cuelgue correspondiente a la tracción  $T_{2d}$  de la misma figura.

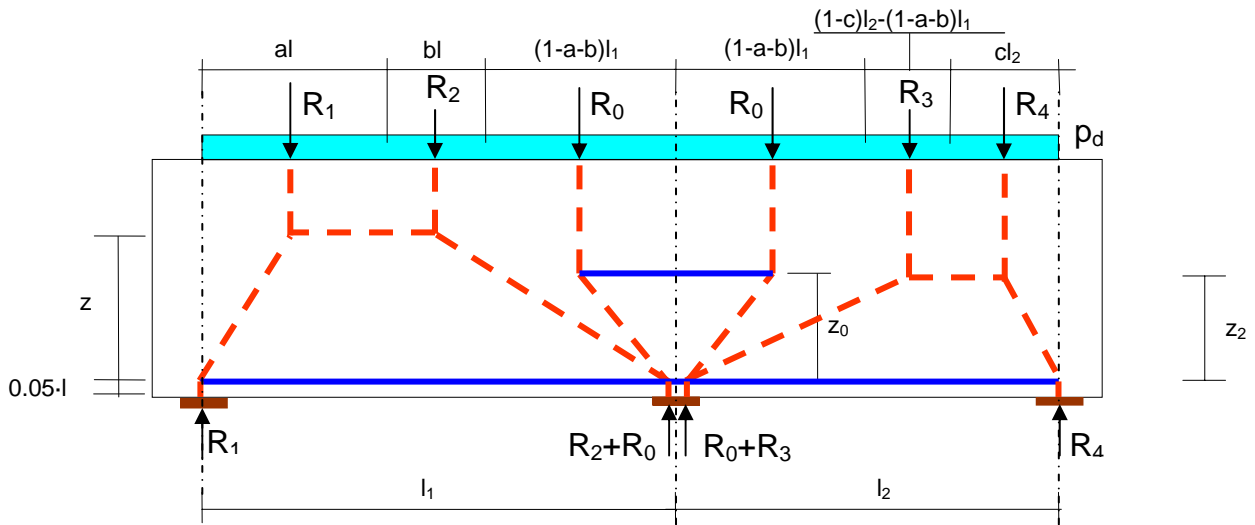
Además de la armadura resultante del mecanismo de bielas y tirantes establecido, será necesario efectuar las comprobaciones de carga concentrada en la zona de apoyo del elemento y disponer la armadura correspondiente.

## 6. Vigas de gran canto continuas de vanos desiguales

En el caso de una viga de gran canto continua de vanos desiguales bajo carga uniformemente distribuida aplicada en la cara superior, el modelo es el indicado en la f

Vanos desiguales

$$l_1 \geq l_2$$



Si se conoce  $R_1$   
(cálculo elástico y lineal)

$$(1-a-b) = \sqrt{1-2 \cdot a}$$

$$c = 0.5 - (0.5 - a) \cdot \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2$$

$$a = \frac{R_1}{p_d \cdot l_1}$$

Método aproximado

$$a = a_o + (a_\infty - a_o) \cdot \frac{\left(\frac{h}{l_1} + \frac{h}{l_2}\right)^3}{\left(\frac{h}{l_1} + \frac{h}{l_2}\right)^3 + 2}$$

$$a_o = 0.5 - \frac{1}{8} \cdot \left(1 - \frac{l_2}{l_1} + \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2\right)$$

$$a_\infty = 0.5407 - 0.1388 \frac{l_2}{l_1} + 0.0412 \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2$$

Figura A.16.6